تاریخ‌های پالیندروم در سال‌های چهاررقمی

عباس قلعه‌پور اقدم
دبیر ریاضی ارومیه

مقدمه

واژهٔ انگلیسی «Palindrome» (پالیندروم) که معادل فارسی آن «واروخوانه» یا «قلب مستوی» است، به کلمه‌ها، جمله‌ها یا عددهایی اطلاق می‌شود که مقلوبشان با خودشان یکی است. یعنی از دو طرف (راست به چپ و چپ به راست) دقیقاً به یک شکل خوانده می‌شوند. بهتر است در فارسی آن‌ها را «خودمقلوب» بنامیم.

نمونه‌هایی از کلمه‌های خودمقلوب عبارت‌اند از: «گرگ، رادار، شپش، مادام».

نمونه‌هایی از عددهای خودمقلوب عبارت‌اند از: «۲۲، ۳۴۳، ۸۷۷۸، ۲۰۱۳۳۱۰۲».

تعداد عددهای پالیندروم زیاد نیست. با اصل شمارش به راحتی مشخص می‌شود که به ترتیب ۹ و ۹۰ عدد دورقمی و سه‌رقمی خودمقلوب وجود دارد. این فراوانی به‌طور نسبی با بالا رفتن تعداد ارقام کاهش می‌یابد.

از آنجا که نمایش تاریخ ایام به وسیلهٔ یک سلسله از عددها صورت می‌پذیرد، در این مقاله موضوع تاریخ‌های خودمقلوب سال‌های چهاررقمی، به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از عددهای هشت‌رقمی، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. بخش اول که ترجمه و تشریح است، این موضوع را در تاریخ میلادی مورد بررسی قرار می‌دهد و در ادامه تاریخ‌های خودمقلوب هجری خورشیدی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. در اینجا به‌عنوان یادآوری، ماه‌های میلادی را به ترتیب با ذکر تعداد روزها می‌آوریم:

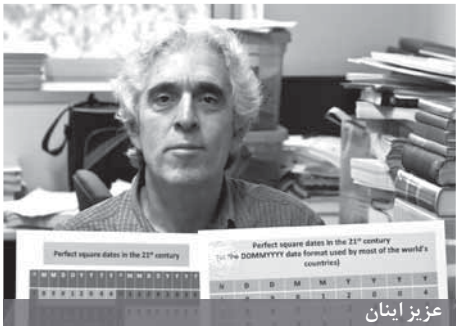
۱. ژانویه (۳۱ روز)؛ ۲. فوریه (۲۸ روز و در سال‌های کبیسه ۲۹ روز)؛ ۳. مارس (۳۱ روز)؛ ۴. آوریل (۳۰ روز)؛ ۵. مه (۳۱ روز)؛ ۶. ژوئن (۳۰ روز)؛ ۷. ژوئیه (۳۱ روز)؛ ۸. اوت (۳۱ روز)؛ ۹. سپتامبر (۳۰ روز)؛ ۱۰. اکتبر (۳۱ روز)؛ ۱۱. نوامبر (۳۰ روز)؛ ۱۲. دسامبر (۳۱ روز)

کلیدواژه‌ها: **پالیندروم، عزیز اینان، تقویم میلادی، تقویم خورشیدی، اصل شمارش**

نمایش تاریخ میلادی

نمایش تاریخ سال‌های چهاررقمی در اغلب کشورهای دنیا با فرمت DD/MM/YYYY (یا: DD.MM.YYYY و یا: DD-MM-YYYY) انجام می‌پذیرد که در آن دو رقم اول (DD)، عدد روز (D حرف اول Day)، دو رقم بعدی (MM) عدد ماه (M حرف اول Month) و چهار رقم آخر (YYYY) عدد سال (Y حرف اول Year) را نشان می‌دهند. (ایالات متحده آمریکا از جمله معدود کشورهایی است که از مُدل MM/DD/YYYY استفاده می‌کند که درواقع مکان ماه و روز جابه‌جا شده است).

اگر ممیزهای (/، .، یا -) بین رقم‌ها را حذف کنیم، تاریخ مربوط به یک شبانه‌روز در سال‌های چهاررقمی، یک دنبالهٔ عددی هشت رقمی به فرم DDMMYYYY خواهد بود. مثلاً تاریخ‌های هیجدهم مارس دو هزار و پانزده و پنجم دسامبر ۱۹۹۷ به ترتیب با ۱۸۰۳۲۰۱۵ و ۰۵۱۲۱۹۹۷ نمایش داده می‌شوند. روز تولد **مارتین گاردنر**[3] مشهورترین ریاضی‌دان آمریکایی قرن بیستم که در زمینهٔ معماهای ریاضی کار می‌کرد، بیست و یکم اکتبر هزار و نهصد و چهارده است که به‌صورت ۲۱۱۰۱۹۱۴ خواهد بود.



عزیز اینان

معرفی نویسنده

عزیز اینان، متولد ترکیه، دکترای الکترونیک از «دانشگاه استنفورد»[1] و در حال حاضر استاد «دانشگاه ایالتی پورتلند»[2] است. وی از حل معماهای ریاضی لذت می‌برد و به‌عنوان یک سرگرمی به این کار می‌پردازد. جالب است که اینان در خلال پرداختن به انواع پازل‌های ریاضی متوجه یک ویژگی معماگونهٔ هندسی در نام خود نیز شده است. بدین ترتیب که اگر در نام و نام خانوادگی وی، یعنی «AZIZ INAN»، در هر دو کلمه جای حرف‌های صدادار (A و I) را عوض کنیم و سپس حرف‌های بی‌صدا (Z و N) را به اندازهٔ ۹۰ درجه بچرخانیم، جای نام و نام خانوادگی او عوض می‌شود.

تاریخ‌های پالیندروم

حال کــه با نمایــش تاریخ ســال‌های چهاررقمی به‌صورت DDMMYYYY آشنا شدیم، پرسشی که به ذهن می‌رسد این است که: «آیا برخی از این دنباله‌های هشــت رقمی اعداد می‌توانند خودمقلوب باشند یا نه؟» پاسخ مثبت است و این تاریخ‌های به‌خصوص، تاریخ‌های پالیندروم نامیده می‌شوند. برای مثال، همان‌طور که در ادامه خواهیم دیــد، در فرمت DDMMYYYY اولین تاریــخ پالیندروم قرن ۲۱ در دهــم فوریه ۲۰۰۱ ظاهر می‌شود. زیرا این تاریخ که به‌صورت ۱۰۰۲۲۰۰۱ نمایش داده می‌شود عددی خودمقلوب است.

جالــب اســت کــه عــدد ۱۰۰۲۲۰۰۱ در فرمت MMDDYYYY نیز اولین تاریخ خودمقلوب قرن ۲۱ است. البته این عدد در این فرمت مربوط به روز دیگری، یعنی دوم اکتبر ۲۰۰۱ است.

باید توجه داشــت که تاریخ‌های خودمقلوب بسیار نادرند؛ تعدادشــان کم اســت و گاه برای قرن‌ها ظاهر نمی‌شــوند. حال برای یافتن این موارد نادر شرایط لازم را برای اینکه یک دنبالهٔ هشــت رقمی عددها مربوط به تاریخ ســال‌های چهاررقمی با فرمت DDMMYYYY یک تاریخ پالیندروم باشد، بررسی می‌کنیم. در آغاز برای متمایز ســاختن ارزش مکانی رقم‌ها، آن‌ها را به‌صورت $D_1D_2M_1M_2Y_1Y_2Y_3Y_4$ اندیس‌گــذاری می‌نماییــم. حال بــرای اینکه دنبالهٔ اخیــر پالیندروم باشــد، باید $D_1=Y_4$، $D_2=Y_3$، $M_1=Y_2$ و $M_2=Y_1$ باشــد. در نتیجه خودمقلوب‌ها به فرم $D_1D_2M_1M_2M_2M_1D_2D_1$ خواهند بــود. برای یافتن تمامی موارد مــورد نظر جدول ۱ را با توجه به آنچه در ادامه می‌آید، ترتیب داده‌ایم.

الف. محدودیت متغیرها

- D_1 رقــم دهگان در عدد روز اســت و چــون تعداد روزهای ماه‌های میــلادی از ۳۱ تجاوز نمی‌کند، لذا تنهــا حالت‌های ممکن بــرای D_1 عبارت‌اند از: ۰، ۱، ۲، ۳. از طرف دیگر، Y_4 رقم یکان در عدد سال است و می‌توانــد از ۰ تا ۹ هر عــددی را اختیار کند، ولی برای پالیندروم بودن باید با D_1 برابر باشد. پس حالات ممکن برای Y_4 عبارت‌اند از: ۰، ۱، ۲، ۳.
- D_2 رقم یکان در عدد روز اســت. Y_3 هم رقم دهگان در عدد سال است. هر دو می‌توانند ۰ تا ۹ را اختیار کننــد، لیکن بــرای خودمقلوب بــودن باید با هم هماهنگ باشــند؛ یعنی D_2 هر مقدار باشد، Y_3 هم

باید همان باشد.

- M_1 رقم یکان در عدد ماه است و چون ۱۲ ماه داریم، پس تنها حالت‌های ممکن برای M_1 عبارت‌اند از: ۰ و ۱. Y_2 هم رقم صدگان در عدد ســال است و باید با M_1 برابر باشد. لذا تنها حالت‌های ممکن برای Y_2 نیز عبارت‌اند از: ۰ و ۱.
- M_2 رقم یکان در عدد ماه است و به وضوح ۰ تا ۹ را می‌تواند اختیار کند، لیکن برای پالیندروم بودن باید با Y_1 برابر باشد. از طرف دیگر، Y_1 برای چهاررقمی بودن سال باید ناصفر باشد، لذا M_2 و Y_1 هماهنگ با هم می‌توانند ۱ تا ۹ باشند.

ب. شرح جدول

جدول ۸ ســطر و ۹ ســتون دارد. در ستون اول، حالت‌های ممکن برای D_1 به سه دسته تقسیم شده‌اند (۰، ۲، ۱ و ۳). دلیل آن خاص بودن هر یک از این ســه حالت اســت. $D_1=0$ خاص است، زیرا با صفر بودن D_1 دیگر D_2 نمی‌تواند صفر باشد. (چرا؟) همچنین، چون با صفر بودن M_1، به‌طور مشابه M_2 نمی‌تواند صفر باشد، با مجزا کردن $M_1=0$ و $M_1=1$ برای $D_1=0$ دو ســطر از جدول اشغال می‌شود.

به همین ترتیب می‌توانید ســطرهای دیگر جدول را رمزگشــایی کنید و لذت ببرید! لازم به ذکر است که ســتون آخر که سرستون آن با N مشخص شده است، تعداد تاریخ‌های پالیندروم تولید شده توسط هر سطر را نشــان می‌دهد. نتایج این ستون نیز به سادگی با اصل شمارش قابل محاسبه هستند.

ج. برخی نتایج جالب

- تاریخ‌های خودمقلوب صرفاً در سال‌های چهاررقمی که به کمتــر از ۴ ختم می‌شــوند، ظاهر می‌گردند. (چرا؟) بدین ترتیب سال‌هایی چون ۲۰۱۶، ۲۰۱۷، ۲۰۱۸ و ۲۰۱۹ فاقد چنین تاریخ‌هایی هستند.

● اگر Y_1 بزرگ‌تر از ۲ باشد، Y_2 باید صفر باشد؛ چون:

$Y_1 > 2 \Rightarrow M_2 > 2 \Rightarrow M_2 = 3,4,5,6,7,9 \Rightarrow M_1 = 0 \Rightarrow Y_2 = 0$

این یعنی تاریخ‌های خودمقلوب در هزاره‌های دوم و سوم (۳۰۰۰ـ۱۰۰۱) فقط در دو قرن نخستین هر هزاره می‌توانند ظاهر شوند. به عبارت دیگر، تاریخ‌های پالیندروم که بین هزاره‌های چهارم تا دهم (۱۰۰۰۰ ـ ۳۰۰۱) می‌افتند، فقط می‌توانند در اولین قرن هر هزاره ظاهر شوند.

N	Y_4	Y_3	Y_2	Y_1	$M_2=Y_1$	$M_1=Y_2$	$D_2=Y_3$	$D_1=Y_4$
۸۱	۰	۱⟶۹	۰	۱⟶۹	۱⟶۹	۰	۱⟶۹	۰
۱۸	۰	۱⟶۹	۱	۱ ,۲	۱ ,۲	۱	۱⟶۹	۰
۱۸۰	۱ ,۲	۰⟶۹	۰	۱⟶۹	۱⟶۹	۰	۰⟶۹	۱ ,۲
۴۰	۱ ,۲	۰⟶۹	۱	۱ ,۲	۱ ,۲	۱	۰⟶۹	۱ ,۲
۸	۳	۰	۰	۱ ,۳⟶۹	۱ ,۳⟶۹	۰	۰	۳
۵	۳	۱	۰	۱ ,۳ ,۵ ,۷ ,۸	۱ ,۳ ,۵ ,۷ ,۸	۰	۱	۳
۱	۳	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۳
۱	۳	۱	۱	۲	۲	۱	۱	۳

جدول ۱

با محاسبهٔ مجموع اعداد ستون آخر مشخص می‌شود که جمعاً ۳۵۴ تاریخ خودمقلوب در بازهٔ زمانی نه هزار ساله که بالغ بر حدود سه میلیون روز می‌شود، وجود دارد.

تاریخ‌های خودمقلوب قرن ۲۱

قرن بیست‌ویکم در فرمت DDMMYYYY دارای ۲۹ تاریخ پالیندروم است که سه مورد را ذکر می‌کنیم و استخراج بقیه را از جدول (۱) بر عهده خواننده می‌گذاریم.

● دهم فوریهٔ دو هزار و یک با نمایش: ۱۰۰۲۲۰۰۱.

● بیستم فوریهٔ دو هزار و دو با نمایش: ۲۰۰۲۲۰۰۲.

● یکم فوریهٔ دو هزار و ده با نمایش: ۱۰۲۲۰۱۰.

تاریخ‌های خودمقلوب در تقویم هجری خورشیدی

در ایران برای نمایش تاریخ ایام از تقویم هجری خورشیدی با فرمت YYYY/MM/DD استفاده می‌کنیم. مثلاً هجدهم خرداد یک هزار و سیصد و پنجاه و شش به‌صورت ۱۳۵۶/۰۳/۱۸ نوشته می‌شود که با برداشتن ممیزها دنبالهٔ هشت رقمی ۱۳۵۶۰۳۱۸ را خواهیم داشت.

پس‌ازاندیس‌گذاری‌فرمت $Y_1Y_2Y_3Y_4M_1M_2D_1D_2$ را خواهیم داشت که برای خودمقلوب بودن باید تساوی‌های $Y_1=D_2$، $Y_2=D_1$، $Y_3=M_2$ و $Y_4=M_1$ را داشته باشیم. با این اوصاف خودمقلوب‌ها به‌صورت $D_2D_1M_2M_1M_1M_2D_1D_2$، خواهند بود. حال برای یافتن تمامی تاریخ‌های خودمقلوب در سال‌های چهاررقمی خورشیدی (۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹ خورشیدی)، جدول ۲ را با توجه به آنچه در ادامه می‌آید ترتیب می‌دهیم:

M_1 رقم دهگان عدد ماه است و چون شمارهٔ ماه از دوازده تجاوز نمی‌کند، تنها مقدارهای ممکن برای M_1 عددهای صفر و یک خواهند بود. اما $M_1=0$ حالت خاصی است، زیرا ناصفر بودن M_2 را ایجاب می‌کند. (چرا؟) پس با در نظر گرفتن دو حالت برای M_1، دو حالت برای M_2 پدید می‌آید. برای پالیندروم بودن باید تساوی $Y_4=M_1$ برقرار باشد، پس تنها حالات ممکن برای Y_4 فقط ۰ و ۱ هستند. این یعنی:

● تاریخ‌های خودمقلوب مربوط به سال‌های چهاررقمی خورشیدی فقط در سال‌هایی که به ۰ یا ۱ ختم می‌شوند، ظاهر می‌گردند.

Y_1 رقم هزارگان عدد سال است و نمی‌تواند صفر باشد، زیرا در غیر این صورت $Y_1Y_2Y_3Y_4$ نمی‌تواند چهاررقمی باشد. برای خودمقلوب بودن باید تساوی $D_2=Y_1$ برقرار باشد و این یعنی D_2 باید ناصفر باشد. به عبارت دیگر:

● تاریخ‌های خودمقلوب تقویم خورشیدی در روزهای دهم، بیستم و سی‌ام ماه ظاهر نمی‌شوند.

Y_2 رقم صدگان عدد سال است که برای خودمقلوب بودن باید با D_1 برابر باشد. پس تنها مقادیر ممکن برای Y_2، عددهای ۰، ۱، ۲ و ۳ خواهند بود. این یعنی:

● تاریخ‌های خودمقلوب خورشیدی تنها در قرن‌های اول، دوم، سوم و چهارم هر هزاره ظاهر می‌شوند. برای مثال، اکنون که در هزارهٔ دوم (۲۰۰۰ ـ ۱۰۰۱) خورشیدی به سر می‌بریم، تمامی خودمقلوب‌های احتمالی در این هزاره در بازهٔ زمانی ۱۰۰۱ تا ۱۳۹۹ خواهند بود. به عبارت دیگر، از ۱۴۰۰ تا ۲۰۰۰ پالیندرومی نخواهیم داشت.

$Y_1=D_2$	$Y_2=D_1$	$Y_3=M_2$	$Y_4=M_1$	M_1	M_2	D_1	D_2	N
۱→۹	۰	۱→۹	۰	۰	۱→۹	۰	۱→۹	۸۱
۱→۹	۰	۰, ۱, ۲	۱	۱	۰, ۱, ۲	۰	۱→۹	۲۷
۱→۹	۱, ۲	۱→۹	۰	۰	۱→۹	۱, ۲	۱→۹	۱۶۲
۱→۹	۱, ۲	۰, ۱, ۲	۱	۱	۰, ۱, ۲	۱, ۲	۱→۹	۵۴
۱	۳	۲,۱,...,۶	۰	۰	۱,۲,...,۶	۳	۱	۶

جدول ۲

مجموع عددهای ستون N نشان می‌دهند که تنها ۳۳۰ تاریخ پالیندروم از سال ۱۰۰۱ تا ۱۰۰۰۰ خورشیدی وجود دارند. درخصوص سطر آخر جدول لازم به یادآوری است که در تقویم خورشیدی تنها شش ماه اول سال سی و یک روزه هستند. نیز با توجه به اینکه روز سی‌ام هیچ ماهی نمی‌تواند خودمقلوب باشد، لذا بحث درخصوص سی روزه بودن اسفندماه در سال‌های کبیسه نیز به بررسی نیاز نداشت.

تاریخ‌های خودمقلوب قرن ۱۴

از ۳۳۰ تاریخ خودمقلوب تقویم خورشیدی، تعداد ۴۲ مورد در هزارهٔ دوم می‌افتند و از این تعداد فقط شش مورد به قرن چهاردهم (۱۳۰۱ تا ۱۳۹۹) تعلق دارند که عبارت‌اند از:

۱. سی و یکم فروردین هزار و سیصد و ده (۱۳۱۰۰۱۳۱)

۲. سی و یکم اردیبهشت هزار و سیصد و بیست (۱۳۲۰۰۲۳۱)

۳. سی و یکم خرداد هزار و سیصد و سی (۱۳۳۰۰۳۳۱)

۴. سی و یکم تیر هزار و سیصد و چهل (۱۳۴۰۰۴۳۱)

۵. سی و یکم مرداد هزار و سیصد و پنجاه (۱۳۵۰۰۵۳۱)

۶. سی و یکم شهریور هزار و سیصد و شصت (۱۳۶۰۰۶۳۱)

همچنین اولین تاریخ خودمقلوب قرن چهاردهم به یکم دی ماه سال هزار و یک با نمایش دنباله‌ای ۱۰۰۱۱۰۰۱ برمی‌گردد.

تمرین

تعداد تاریخ‌های خودمقلوب سال‌های چهاررقمی میلادی در فرمت MMDDYYYY را پیدا کنید.

پی‌نوشت‌ها

1. Stanford university
2. Portland State university
3. Martin Gardner

منبع

1. Inan, Aziz, Palindrome Dates in Four-Digit years. Pi in the Sky, Issu 14, 2010.